ЗАДАНИЯ

Задача 1. *(max 3 балла)*

Найдите отношение массы атома азота к массе атома хлора, вычислив
$$\left(\frac{1}{\sqrt{13}-1}+\frac{1}{\sqrt{13}+1}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{13}-1}-\frac{1}{\sqrt{13}+1}\right)^2$$

Задача 2. *(max 3 баллов)*

На каждой карточке написана одна из букв: **А**, **М**, **О**, **Р**, **С**, **Т**. Каждая гласная буква встречается два раза, а согласные по одному разу. Все карточки положили в урну и перемешали. Найти вероятность того, что при выборе наудачу последовательно семи карточек получится слово **РОСАТОМ**.

Задача 3. *(max 3 баллов)*

Два атома движутся по траекториям, которые имеют следующие зависимости от времени: $x_1(t) = t^2 - 9$ и $x_2(t) = \sin^2(\pi t)$. В какой момент времени от начала движения произойдет их столкновение? Учитывайте, что момент времени должен иметь положительное значение.

Задача 4. *(max 6 баллов)*

Медианы боковых сторон равнобедренного треугольника пересекаются под прямым углом. Найти угол при вершине треугольника.

Задача 5. *(max 6 баллов)*

На международной конференции «Мирный атом» среди участников 65 человек владеют английским языком, немецким – 25, французским – 19, английским и французским – 12, английским и немецким – 18, французским и немецким – 10, всеми тремя языками – 8, а 55 человек не владеет ни одним из этих трех языков. Сколько участников было на конференции?

Задача 6. *(max 9 баллов)*

В треугольной пирамиде $ABCS$ точки K, M и N делят на части боковые ребра SA, SB и SC так, что $SK : KA = 2 : 1$, $SM : MB = 1 : 3$, $SN : NC = 5 : 2$. Какую часть объема пирамиды $ABCS$ составляет объем пирамиды $KMNS$?

Задача 7. *(max 9 баллов)*

Решить уравнение $\sin^2 x - \cos^2 x + \cos x \cdot \cos 3x = 0$.

Задача 8. *(max 9 баллов)*

Решить неравенство $\dfrac{9^x - 2 \cdot 3^x - 1}{3^x - 1} + \dfrac{2 \cdot 3^x - 6}{3^x - 3} \leq 3^x + 1$.

Задача 9. *(max 12 баллов)*

Найти все пары положительных чисел ***(x,y)***, удовлетворяющих уравнению $\log_{24x^2 y+1}(16x^4 + 9y^2 + 1) = \log_{81y^4+4x^2+1}(36xy^2 + 1)$.

Задача 10. *(max 12 баллов)*

Найти все значения параметра ***a***, при каждом из которых уравнение $f(x) = |a+2| \cdot \sqrt[3]{x}$ имеет 4 решения, где $f(x)$ – чётная периодическая функция с периодом $T = \dfrac{16}{3}$, определенная на всей числовой прямой, причём $f(x) = ax^2$, если $0 \leq x \leq \dfrac{8}{3}$.